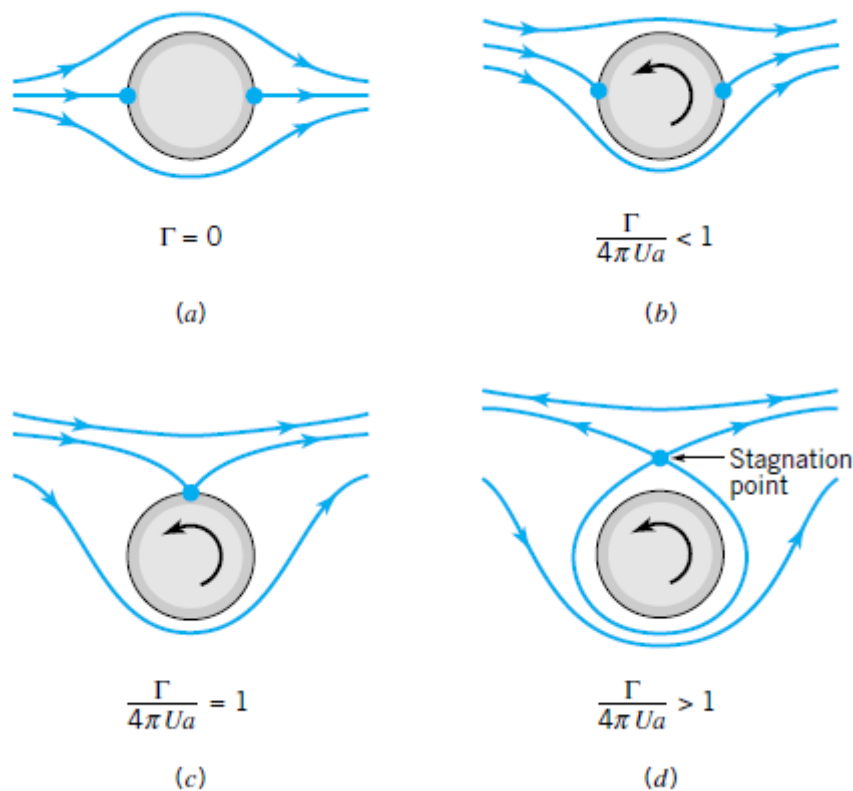


برای شبیه‌سازی جریان سیال حول یک استوانه ساکن و دوار (مطابق شکل ۱)، می‌خواهیم نتایج تحلیلی بدست آمده از برهم نهی توابع جریان اولیه را با نتایج بدست آمده از یک نرم‌افزار تجاری مقایسه نمائیم (شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار تجاری فقط به ازای $\Gamma = 0$ انجام خواهد شد).



شکل ۱- تابع جریان و شکل خطوط جریان برای جریان غیرچرخشی و دائمی حول استوانه

استوانه‌ای به شعاع $a=0.1 \text{ m}$ را در نظر بگیرید که جریان هوا با سرعت $U = 5 \text{ m/s}$ از سمت چپ به راست از روی آن عبور می‌کند و این استوانه در حال دوران است بطوریکه سرعت مماسی بر روی استوانه برابر است با $v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi a}$. با استفاده از توابع جریان اولیه و برهم نهی آن‌ها می‌توان تابع جریان ψ را محاسبه نمود و با معلوم بودن تابع جریان ψ و استفاده از روابط زیر مولفه‌های سرعت جریان محاسبه می‌شوند.

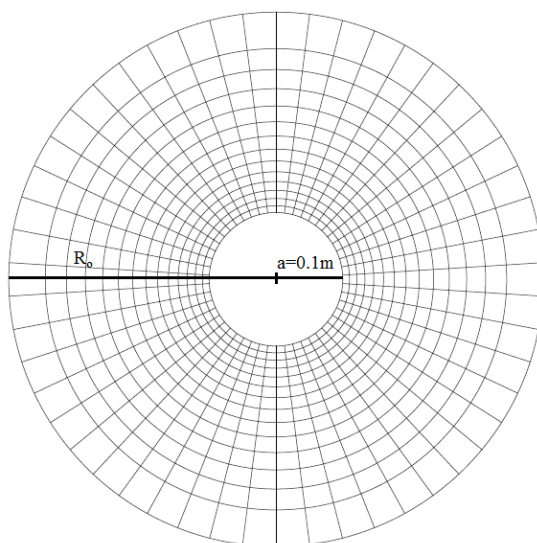
$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (1)$$

با توجه به نتایج مربوط به حل تحلیلی می‌خواهیم کانتور مربوط به توابع جریان و سرعت را با استفاده از نرم‌افزار Tecplot نمایش دهیم. برای این کار باید مراحل زیر را طی نمود:

۱ تعیین میدان حل و ایجاد شبکه محاسباتی

۱.۱ هندسه حل

مطابق شکل ۲، هندسه و میدان حل را براساس مختصات قطبی (r, θ) تعریف می‌کنیم. فضای محاسباتی عبارتست از فضای بین دو دایره به شعاع‌های a (شعاع استوانه) و R_0 ، که a شعاع استوانه است و R_0 شعاع خارجی فضای محاسباتی است که برابر $R_0 = 10a$ انتخاب می‌شود.



شکل ۲- میدان حل جریان و شبکه تولید شده بر روی میدان حل

۱.۲ تولید شبکه

برای تولید شبکه بر روی میدان حل، در راستای محورهای r و θ اقدام به شبکه‌بندی میدان حل می‌کنیم. اگر در راستای محور r ، فاصله بین $r=a$ تا $r=R_0$ را به I قسمت مساوی به طول $\Delta r = h$ تقسیم کنیم آنگاه گام‌های شبکه در راستای محور r بدست می‌آید:

$$\Delta r = \frac{R_0 - a}{I} \quad (2)$$

به همین صورت اگر در راستای محور θ فاصله $(0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ)$ به تعداد J شبکه با زاویه یکسان $\Delta \theta = k$ تقسیم شود، آنگاه داریم:

$$\Delta \theta = \frac{360}{J} \quad (3)$$

بدین ترتیب می‌توان مختصات هر نقطه با مختصات (r_i, θ_j) را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$(r_i, \theta_j) = (a + i\Delta r, j\Delta\theta) \quad i = 0, 1, 2, \dots, I; \quad j = 0, 1, 2, \dots, J \quad (4)$$

۲ حل تحلیلی

از برهم نهی توابع جریان اولیه، تابع جریان مربوط به جریان حول استوانه دوار مطابق با رابطه زیر بدست آمده است.

$$\psi = Ur \sin \theta \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r \quad (5)$$

پس از ایجاد شبکه در مرحله قبل، مقدار پارامتر $\psi_{i,j}$ در هر نقطه (r_i, θ_j) از رابطه بالا بدست می‌آید. بنابراین در هر نقطه از شبکه حل، مقدار پارامتر $\psi_{i,j}$ معلوم است و با استفاده از نرم‌افزار *Tecplot* و توجه به پیوست آموزشی آن می‌توان کانتورهای ψ را نمایش داد.

۲.۱ محاسبه میدان سرعت

مشابه آنچه که برای محاسبه تابع جریان انجام شد، با مشتق گیری از رابطه (۵)، مولفه‌های سرعت مماسی و شعاعی به صورت تابعی از r و θ محاسبه می‌شوند. بنابراین در هر نقطه مقدار مولفه‌های سرعت معلومند و با استفاده از نرم‌افزار *Tecplot* می‌توان کانتور آن‌ها را ترسیم نمود.

با محاسبه مولفه‌های سرعت در هر نقطه، مقدار سرعت در هر نقطه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$|\vec{V}(r_i, \theta_j)| = \sqrt{v_\theta^2 + v_r^2} \quad (8)$$

۲.۲ محاسبه میدان فشار

با استفاده از رابطه برنولی و استفاده از مقادیر سرعت که در بخش ۲.۱ بدست آوردید، مقدار فشار در هر نقطه را محاسبه نمائید. فرض کنید که فشار در نقاط دور دست (مرز خارجی) برابر با $P_\infty = 101kPa$ است.

۳ تهیه گزارش و ارائه نتایج

با توجه به آنچه که در این دستورالعمل ارائه شد، با استفاده از یکی از زبان‌های برنامه‌نویسی $C++$ ، *Fortran* یا *Matlab* یک برنامه محاسباتی برای حل جریان غیرچرخشی و دو بعدی سیال بر روی استوانه‌ای با شعاع $a=0.1m$ و برای جریانی با سرعت $U=5m/s$ بنویسید. میدان حل، مطابق آنچه که در دستورالعمل

آمده است، یک دایره با شعاع $R_0 = 10a = 1m$ در نظر گرفته شود. برای تولید شبکه از مقادیر $I = 90$ و $J = 180$ ($\Delta\theta = 2^\circ$, $\Delta r = 0.01m$) استفاده کنید. مسئله را برای چهار حالت زیر حل کنید:

$$\begin{cases} \Gamma = 0 \\ \Gamma = \pi \\ \Gamma = 2\pi \\ \Gamma = 3\pi \end{cases}$$

همین مسئله را با استفاده از یک نرم افزار تجاری (مانند CFX یا Fluent) نیز حل کنید. (فقط برای حالت اول $\Gamma = 0$). برای نزدیک تر شدن نتایج نرم افزار تجاری به حل تحلیلی غیر لزج، مقدار لزجت سیال را خیلی کوچک در نظر بگیرید.

در پایان همانند یک مقاله علمی، گزارشی تهیه نمایید که شامل موارد زیر باشد:

- ۱- چکیده: در حد ۲۵۰ لغت شامل شرح مختصری از مسئله و نتایج محاسبه شده.
- ۲- تئوری و شرح مسئله: شامل تئوری مسئله مشتمل بر حل تحلیلی (برهم نهی توابع اولیه).
- ۳- نتایج: نتایج بدست آمده از برنامه کامپیوتری نوشته شده را با استفاده از نرم افزار Tecplot نمایش دهید. نتایج باید برای چهار حالت مطرح شده در بالا و مشتمل بر موارد زیر باشد.
 - ۳.۱- کانتور توزیع پارامتر ψ را ترسیم نمائید و خطوط جریان را نمایش دهید. همچنین کانتور توزیع مولفه های سرعت v_r, v_θ و همچنین مقدار بردار سرعت در هر نقطه را نمایش دهید. کانتور توزیع فشار را نیز نمایش دهید و توزیع فشار بر روی سطح استوانه ($r=a$) را بر حسب زاویه θ نمایش دهید.
 - ۳.۲- همین مسئله را (فقط به ازای $\Gamma = 0$)، با استفاده از یک نرم افزار تجاری حل کنید و نتایج خواسته شده در بالا را با استفاده از نرم افزار تجاری نیز محاسبه کنید و نتایج آن را با نتایج برنامه ای که نوشته اید مقایسه نمایید. (لازم به ذکر است که نرم افزارهای تجاری مسئله را با در نظر گرفتن لزجت حل می کنند. برای اینکه بتوانید به حل تابع پتانسیل نزدیک شوید، باید مقدار لزجت را خیلی کوچک فرض کنید. اگرچه ممکن است در نهایت نتایج بدست آمده متفاوت از نتایج حل مربوط به تابع پتانسیل باشد)
- ۴- ضمیمه: کد اصلی برنامه کامپیوتری خود را در بخش ضمیمه ارائه دهید.

موفق باشید

سیاوشی